密度波系をトンネルするクーパー対

早大理工 物理　　　栗原　進、佐野一雄

§1 序

2つの超伝導体(S)の間に常伝導体(N)をはさんだ系 — SNS接合 — は、ジョセフソン効果を起こす典型的な系として古くから研究されてきた。 近年、N領域にメソスコピックな導体を用いる研究が進展し、いくつかの新しい研究の芽が見え始めている。 例えば、N領域の幅が電子の波長と同程度の時、ジョセフソン臨界電流が量子化されることが予言されている。[1,2] 隙間のある超伝導リングに磁束を通して、両端からアンドレーエフ反射される準粒子の干渉効果を見た最近の実験[3]も極めて印象的なメソスコピック効果のひとつである。 更に、N領域に朝永・Luttinger液体を用いたときに臨界電流がN領域の長さのベキに比例して減少するという理論的予言[4]もある。 本研究の目的は、N領域に密度波系を用いたとき期待される集団励起モードのくりこみ効果を調べ、新しいタイプのメソスコピック効果を探ることにある。特に、密度波の位相モードは南部・ゴールドストーン粒子の一例であり、励起スペクトルにギャップを持たないことから、これによるvertex補正は赤外発散を伴う特異的なものになる可能性が考えられる。

§2 モデルハミルトニアンと計算の概略

話を具体的にするために密度波系としては電荷密度波(CDW)系を考え、2つの超伝導体は同一のギャップを持つBCS超伝導体を考える。 メソスコピック効果を明瞭に見るため、3つの部分はすべてpure limitであるとし、導体間の電子のトンネル項を摂動とする次のモデルハミルトニアンから出発する。

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}' \tag{1}$$

$$\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_{S1} + \mathcal{H}_{S2} + \mathcal{H}_{CDW} \tag{2}$$

$$\mathcal{H}' = \sum_{j\sigma}\{T_j a^\dagger_{j\sigma}(x=0)c_\sigma(x=0) + h.c.\} \tag{3}$$

ここで$j = 1,2$は超伝導体のラベルで、$a_{j\sigma}$は各超伝導体中の電子の消滅演算子、c_σはCDW領域の電子の消滅演算子、T_jはCDWと超伝導体の間のトンネル振幅をあらわす。 超伝導対jの位相をθ_jとし、位相差$\theta = \theta_2 - \theta_1$を定義する。 ジョセフソン超電流$I_J$は、自由エネルギーの$\theta$微分から求められる。[4]

$$I_J(\theta) = \frac{(-2e)}{\hbar}\frac{\partial F(\theta)}{\partial \theta} \tag{4}$$

I_Jに対する最低時の寄与は$(T_1)^2(T_2^* q)^2$など、トンネル振幅の4次の項からくる。 4次の自由エネルギーは、次のように書ける。[4]

$$
\begin{aligned}
F_4(\theta) = & -\frac{1}{\beta}\int_0^\beta d\tau_1 \int_0^{\tau_1} d\tau_2 \int_0^{\tau_2} d\tau_3 \int_0^{\tau_3} d\tau_4 \\
& \{ \ F_{\mathrm{S1}}^\dagger(\tau_1-\tau_3)(T_1)^2 \Pi_{\mathrm{CDW}}(\tau_1\tau_3:\tau_2\tau_4)(T_2^*)^2 F_{\mathrm{S2}}(\tau_2-\tau_4) \\
& + \ F_{\mathrm{S1}}^\dagger(\tau_1-\tau_2)(T_1)^2 \Pi_{\mathrm{CDW}}(\tau_1\tau_2:\tau_3\tau_4)(T_2^*)^2 F_{\mathrm{S2}}(\tau_3-\tau_4) \\
& + \ F_{\mathrm{S1}}^\dagger(\tau_1-\tau_4)(T_1)^2 \Pi_{\mathrm{CDW}}(\tau_1\tau_2:\tau_3\tau_4)(T_2^*)^2 F_{\mathrm{S2}}(\tau_3-\tau_4) \\
& + \ \text{残りの順列項}\}
\end{aligned} \tag{5}
$$

ここに $F_{\mathrm{S}j}(\tau-\tau')$ などは超伝導体の Gorkov 振幅である。この積分を一般的に実行するのは大変だが、CDW 系の特徴的な時間 τ_{CDW} と超伝導体の特徴的時間 τ_{S} が大きく異なる場合には比較的容易に計算することができる。 τ_{CDW} としては、フェルミ速度 v_{F} で走る準粒子がバリスティックに長さ d の CDW 領域を横切るのに要する時間 $\tau_{\mathrm{CDW}} = d/v_{\mathrm{F}}$ を、また τ_{S} としてはクーパー対の生成消滅にかかる時間の目安 $\tau_{\mathrm{S}} = \hbar/\Delta_{\mathrm{S}}$ を考えるのが適切であろう。

§3 短チャンネル極限と長チャンネル極限

上述の特徴的時間が $\tau_{\mathrm{CDW}} \ll \tau_{\mathrm{S}}$ を満たす場合を短チャンネル極限、逆の場合を長チャンネル極限と呼ぶことにし、$I_{\mathrm{J}} = I_{\mathrm{c}} \sin\theta$ の係数である臨界電流 I_{c} の結果のみまとめる。 有限温度の結果は複雑なので、絶対零度に話を限る。 臨界電流の表式は次の形になる。

$$
I_{\mathrm{c}} = -\frac{e\Delta_{\mathrm{S}}}{\hbar}\frac{G_1 G_2}{G_{\mathrm{Q}}^2}\Gamma \tag{6}
$$

ここに、

$$
G_j = \frac{4\pi e^2}{\hbar}|T_j|^2 N_{\mathrm{S}}(0) N_{\mathrm{CDW}}(0) \tag{7}
$$

は境界でのトンネルコンダクタンスで、$N_{\mathrm{S}}(0)$ などはそれぞれの領域の正常状態における状態密度である。 また、$G_{\mathrm{Q}} = (2e)^2/h = 1/(6.45\mathrm{K}\Omega)$ はコンダクタンスの量子力学的単位である。

<u>短チャンネル極限 $d/v_{\mathrm{F}} \ll \hbar/\Delta_{\mathrm{S}}$</u>

この場合、準粒子は CDW 領域をあまり時間をかけずに横切るので、位相モードによる vertex 補正を受けている "暇がない"。 従ってこの場合は、密度波による電子スペクトルのギャップは集団運動をしないとみなして良く、超電流は CDW をギャップの狭い半導体と思ったときと全く同じ値になる。

$$
\Gamma = \mathrm{e}^{-2\gamma}[1 - \sin 2k_{\mathrm{F}} d] \tag{8}
$$

長チャンネル極限 $d/v_{\mathrm{F}} \ll \hbar/\Delta_{\mathrm{S}}$

この場合、超伝導体を出た準粒子は CDW 領域を十分時間をかけて通過するので、位相モードによる頂点補正が本質的に重要になると考えられる。 このため、上の Γ に補正項 $\delta\Gamma$ が付け加わる。

$$\delta\Gamma = \mathrm{e}^{-2\gamma} a(\gamma,\nu) \left\{ \sin(2k_{\mathrm{F}}d) + \frac{2}{\mu}\sin^2(k_{\mathrm{F}}d) \right\} \times \int_{1/d}^{k_{\mathrm{F}}} \frac{\mathrm{d}q}{q} \tag{9}$$

但し、$\nu = (\mu+1)^{-1/2}$ である。 また、$\mu = (2\Delta_{\mathrm{CDW}}/\omega_{\mathrm{amp}})^2$ は質量パラメーターで、電子スペクトルのギャップと CDW 振幅モードのエネルギーの比の 2 乗で与えられる。 $a(\gamma,\nu)$ は 1 のオーダーの積分で、典型的な値を γ、ν に与えた場合、0.2 程度の大きさの定数である。 予想通り、南部・ゴールドストーンモードが特異性をもつ補正が現れること、その補正が対数的なもので、有限のチャンネル長に対してはチャンネル長の対数で与えられる有限な補正 $\propto \log(k_{\mathrm{F}}d)$ を与えることがわかった。

§4 まとめ

密度行列の対角項に現れる長距離秩序 — Diagonal Long Range Order (DLRO) — と、非対角項に現れる長距離秩序 — Off Diagonal Long Range Order — の間には、しばしば興味深い関係を見いだすことができる。 ここでは ODRLO の典型である超伝導体間に DLRO の典型である密度波系をはさんだ系を考え、後者に内在する南部・ゴールドストーンモードとしての位相モードを考慮してジョセフソン超電流を計算した。 pure limit における計算の結果、頂点補正を通じての DLRO と ODLRO の関わり合いにより、ジョセフソン超電流に対数的補正項が付け加わることを見いだした。 これは、新しいタイプのメソスコピック効果と考えることができる。 乱れの入った有限温度の系という、より一般的な状況では上記対数補正項の中のチャンネル長 d は $\min\{d, \sqrt{D\tau_\phi}\}$ (D は拡散係数、τ_ϕ は位相緩和時間) で置き換えられる。 ここでは、便宜的に電荷密度波系を用いたが、これをスピン密度波系で置き換えても、質量パラメーター μ が小さくなるのみで、話の本筋は変わらない。

文献

1) C.W.J. Beenakker and H. van Houten, Phys. Rev. Lett. **66**, 3056 (1991).
2) A. Furusaki *et al.*, Phys. Rev. Lett. **66**, 132 (1991).
3) A. Dimoulas *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 602 (1995).
4) R. Fazio *et al.* Phys. Rev. B **53**, 6653 (1996).